Analyse technique de l'initialisation et de la propagation de fissures

en simulation de la fissuration par champ de phase

F. Loiseau
IMSIA, CNRS, EDF, ENSTA, IP Paris

E. Zembra
PMC, Ecole Polytechnique, CNRS, IP Paris

H. Henry
PMC, Ecole Polytechnique, CNRS, IP Paris

V. Lazarus
IMSIA, CNRS, EDF, ENSTA, IP Paris

27 Août 2025 au Congrès Français de Mécanique 2025

Approche variationelle de la rupture

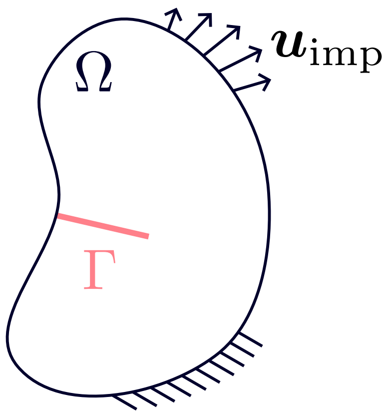
Francfort & Marigo (1998) et Bourdin et al. (2000)

Problème de minimisation

Le déplacement $\boldsymbol{u}$ et la fissure Γ du corps élastique Ω sont régis par

$$(\boldsymbol{u}, \Gamma) = \arg\min_{\boldsymbol{u}', \Gamma'} \mathcal{E}(\boldsymbol{u}', \Gamma'),$$

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{u}, \Gamma) = \underbrace{\mathcal{P}(\boldsymbol{u}, \Gamma)}_{\text{Énergie potentielle}} + \underbrace{G_c \mathcal{H}(\Gamma)}_{\text{Dissipation}},$$

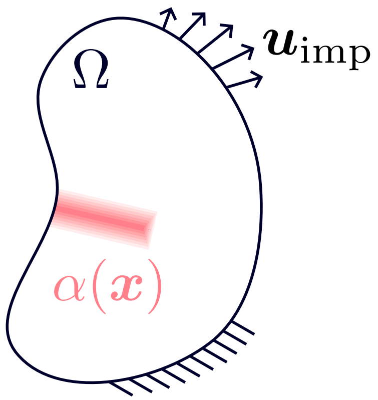


où $\mathcal{H}(\Gamma)$ est la mesure de la surface fissuré.

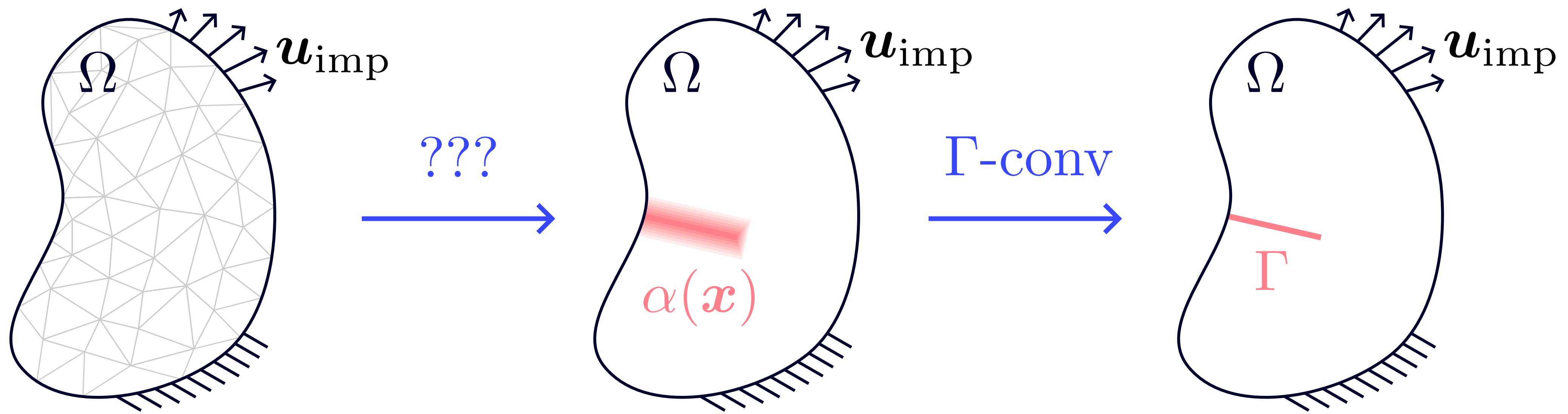
Régularisation de la fissure

La fissure est représentée par un champ diffus $\alpha(\boldsymbol{x})$ tel que,

$$\mathcal{H}_\ell(\alpha) = \frac{1}{c_w} \int_\Omega \frac{w(\alpha)}{\ell} + \ell \|\nabla \alpha\|^2 \, \mathrm{d}x \underset{\ell \to 0}{\to} \mathcal{H}(\Gamma).$$



Discrétisation du problème



La discrétisation apporte une source d'erreur qui n'est pas seulement influencée par la taille du maillage.

Objectif

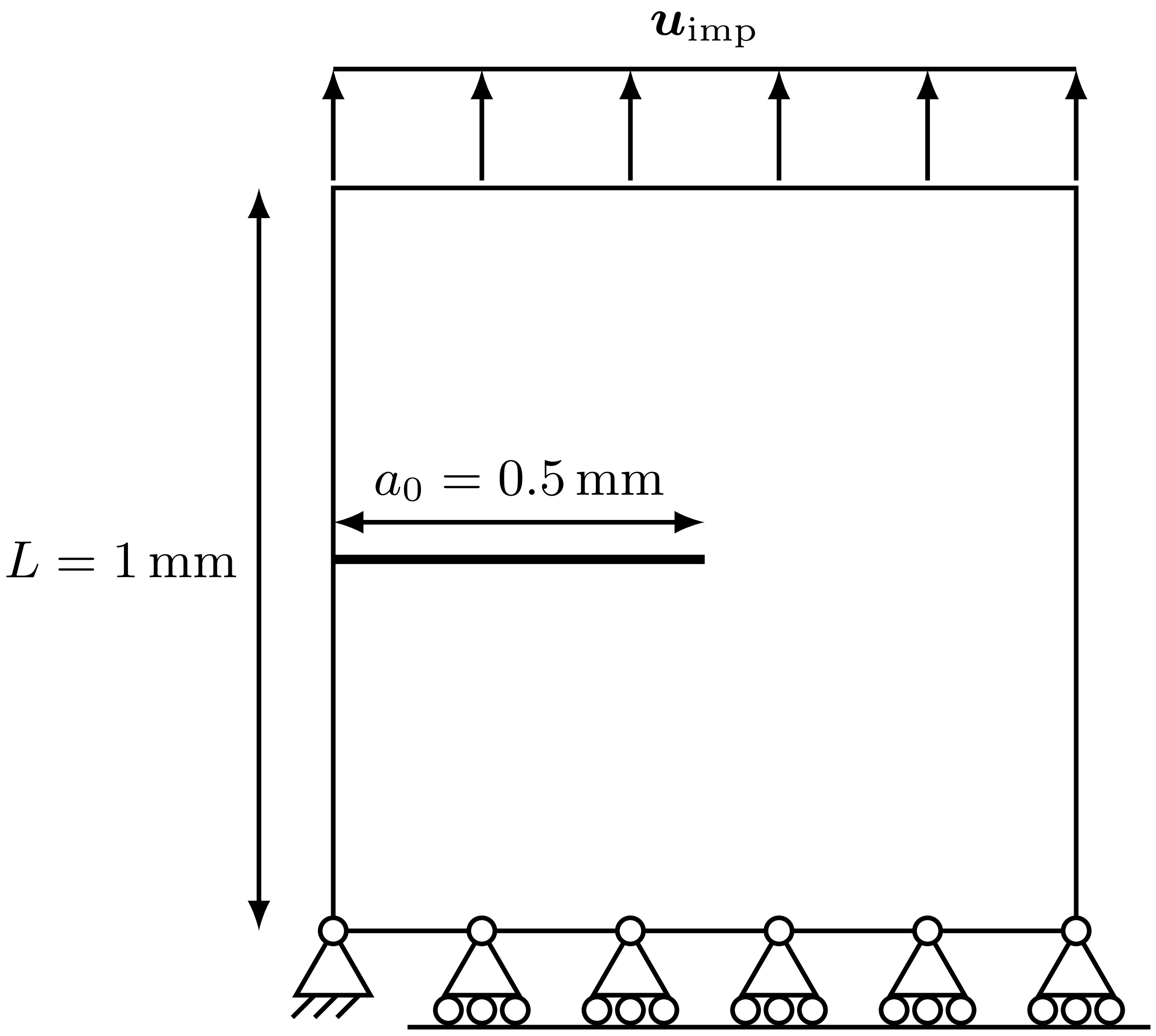
Étudier l'influence de la discrétisation via

1. le seuil de propagation $\rightarrow$ influence de l'initialisation de la fissure,
2. la trajectoire de la fissure $\rightarrow$ influence du maillage.

Comment initialiser une fissure pour prédire correctement le seuil de propagation ?

Publication associée : Loiseau & Lazarus (2025) in JTCAM.

Problème de réference



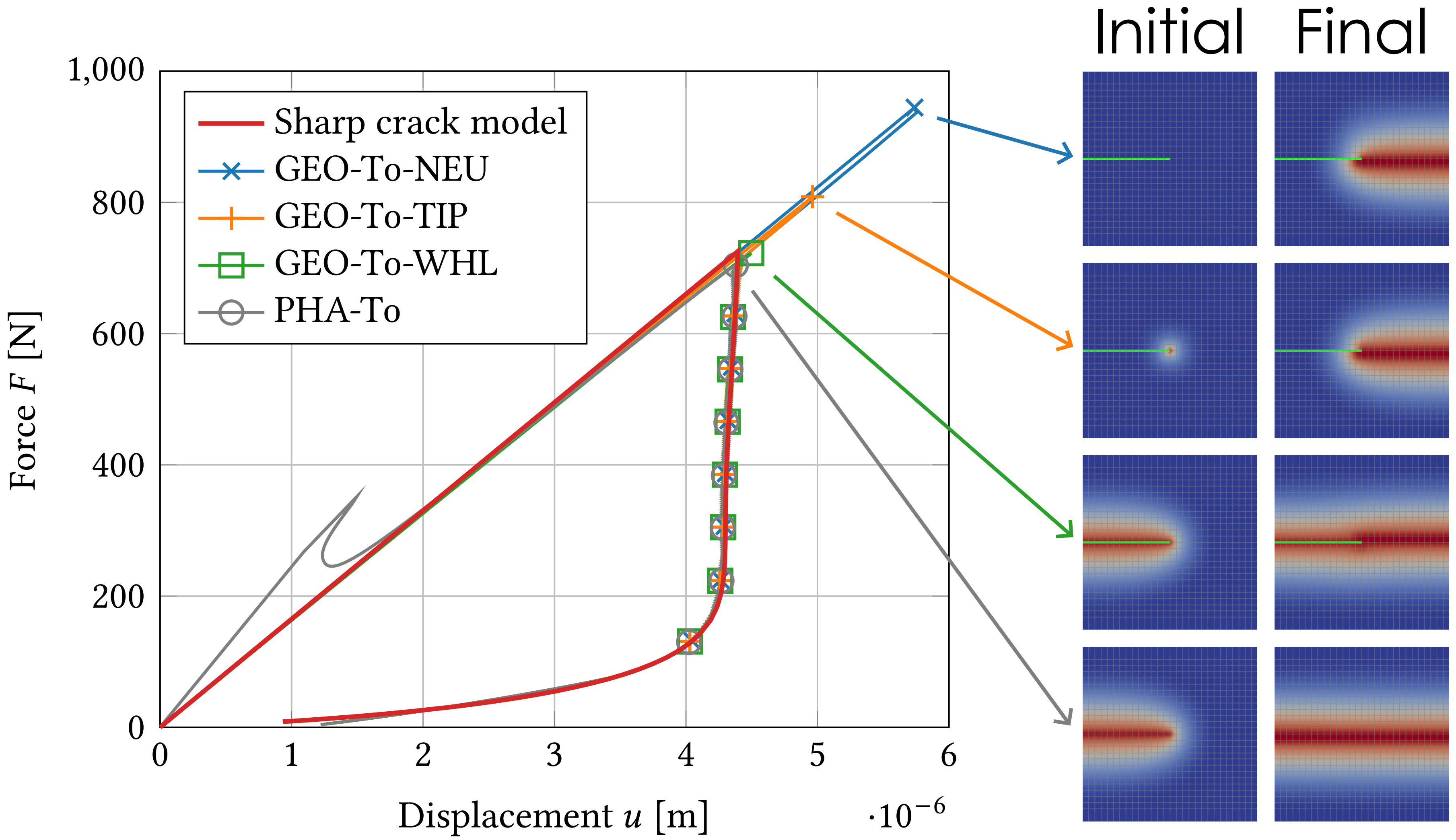
Simulations éléments finis

1. Champ de phase avec 8 initialisation de fissures
   - Maillages structurés en quad
   - Surface de fissure libre d'effort
2. Propagation de fissure incrémental (MERR)

Remarque

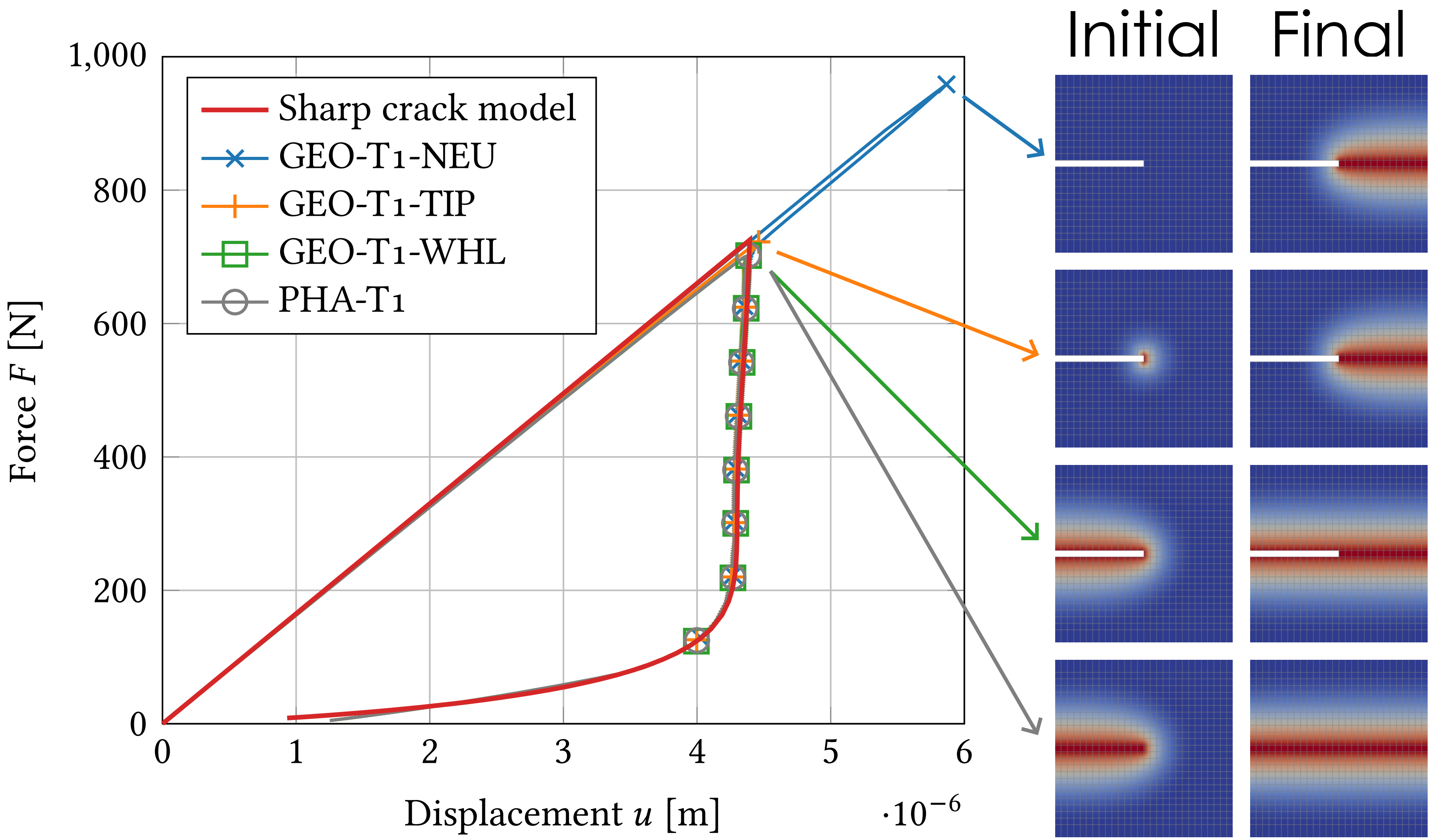
Suivi chemin d'équilibre via *path-following*/ *arc-length*.

Fissure infiniment fine



Surpic artificiel $\Longrightarrow$ Surestimation seuil de propagation + Propagation instable

Fissure avec un élément d'épaisseur



Le surpic est éliminé si le champ de phase α est égal à 1 sur la fissure.

Conclusion : Fissures initiales

Recommendations

1. Vérifier que l'initialisation de la fissure est correcte si il y a:
   - une surestimation du seuil de propagation,
   - une propagation instable inattendue.
2. Initialiser les fissures via une bande d'un élément ayant $\alpha = 1$ (en retirant ou non les éléments du maillage).

Pour aller plus loin

- Conclusions valables pour des discrétisations continues des champs.
- Maillage non-structuré OK $\rightarrow$ Loiseau & Lazarus (2025).
- Que se passe-t-il en mode mixte ? Avec G_c anisotrope ?

Quel est l’impact du maillage sur la trajectoire de la fissure ?

En collaboration avec Edgar Zembra et Hervé Henry

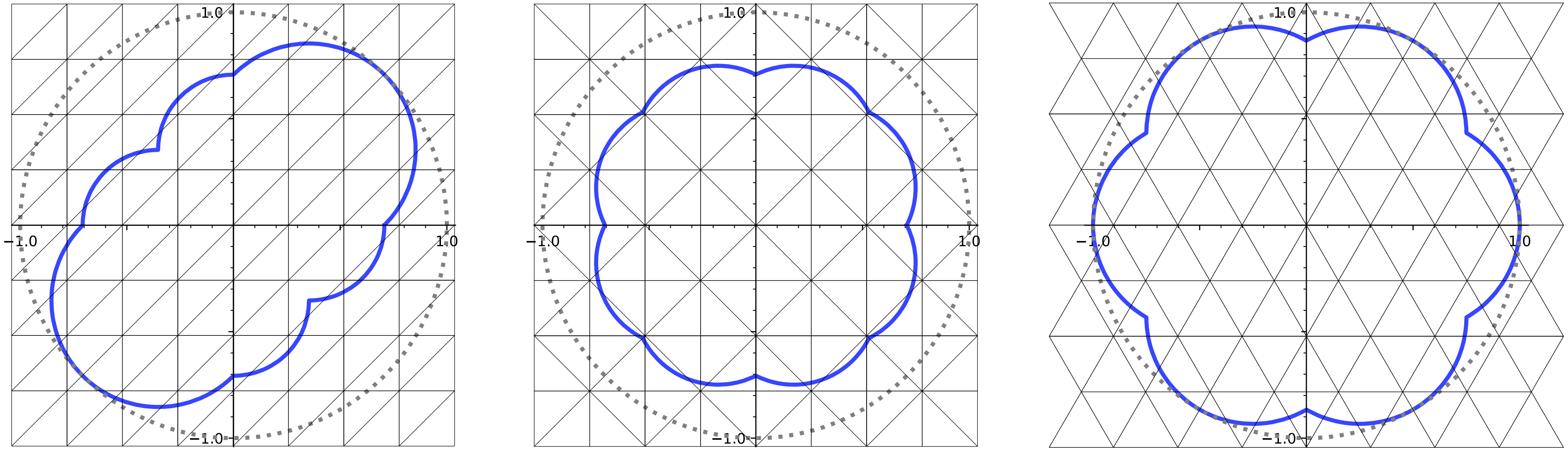
Anisotropie induite par le maillage

Dans le cas théorique où $\alpha \in H^1(\mathbb{R}^d)$, la Γ-convergence (Braides, 1998; Giacomini, 2005)

$$G_c \mathcal{H}_\ell(\alpha) \underset{\Gamma\text{-cv}}{\rightarrow} G_c \int_\Gamma \mathrm{d}S.$$

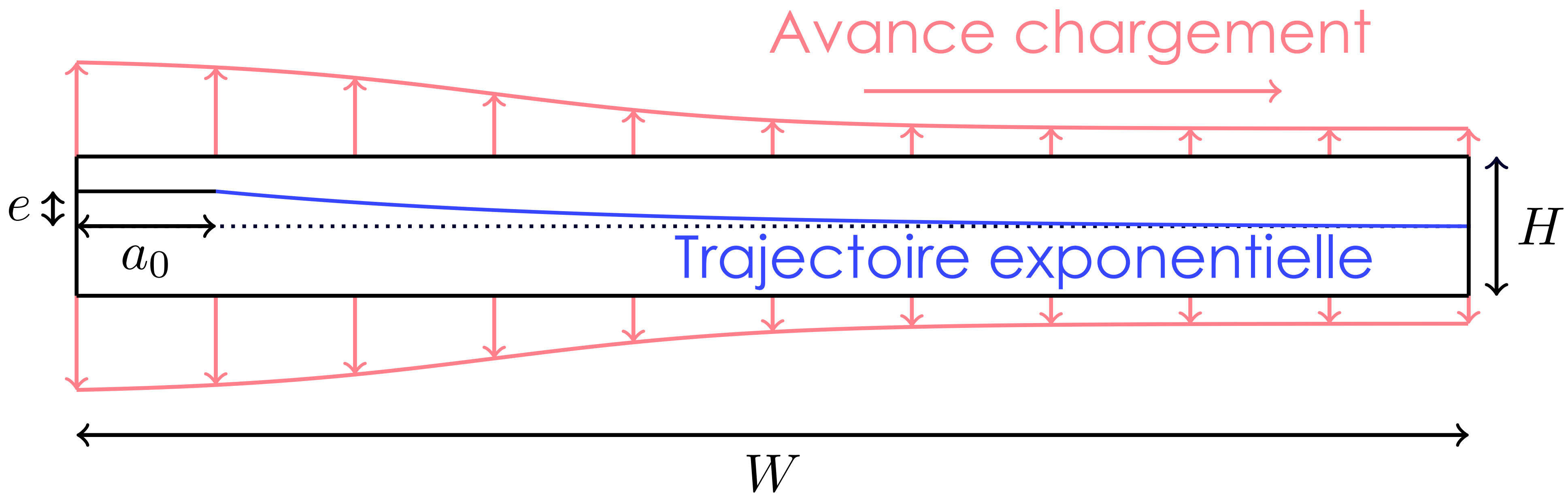
Si α est dans un espace élement fini (Lagrange ordre 1), Negri (2003) a montré que

$$G_c \mathcal{H}_\ell(\alpha) \underset{\Gamma\text{-cv}}{\rightarrow} G_c \int_\Gamma \phi(\theta)\mathrm{d}S.$$



Pure shear avec fissure eccentrée

Proposé par H. Henry



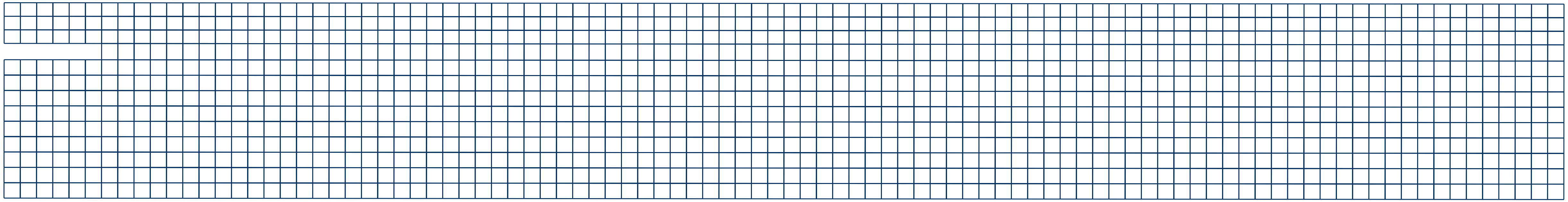
Avec les paramètres $H = 1, W = 10H, a_0 = H, e = H/4$.

Simulations éléments finis

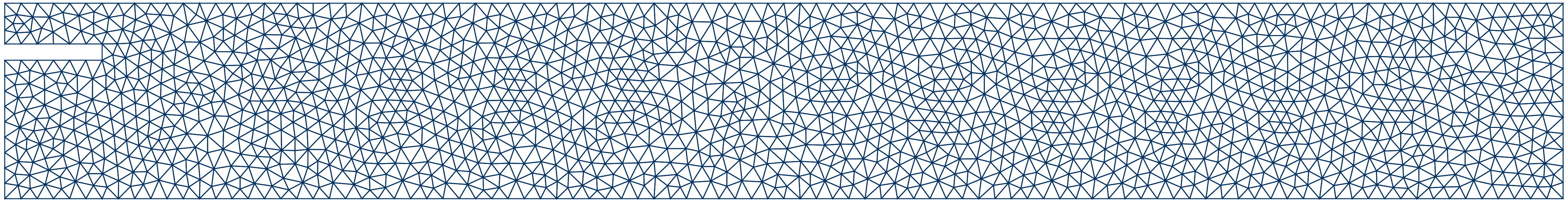
1. Champ de phase avec maillages stucturé/non structuré et 3 tailles Δx
   - $\ell = H/16$
2. Propagation de fissure incrémental (MERR)

Maillages

Maillage QUAD structuré

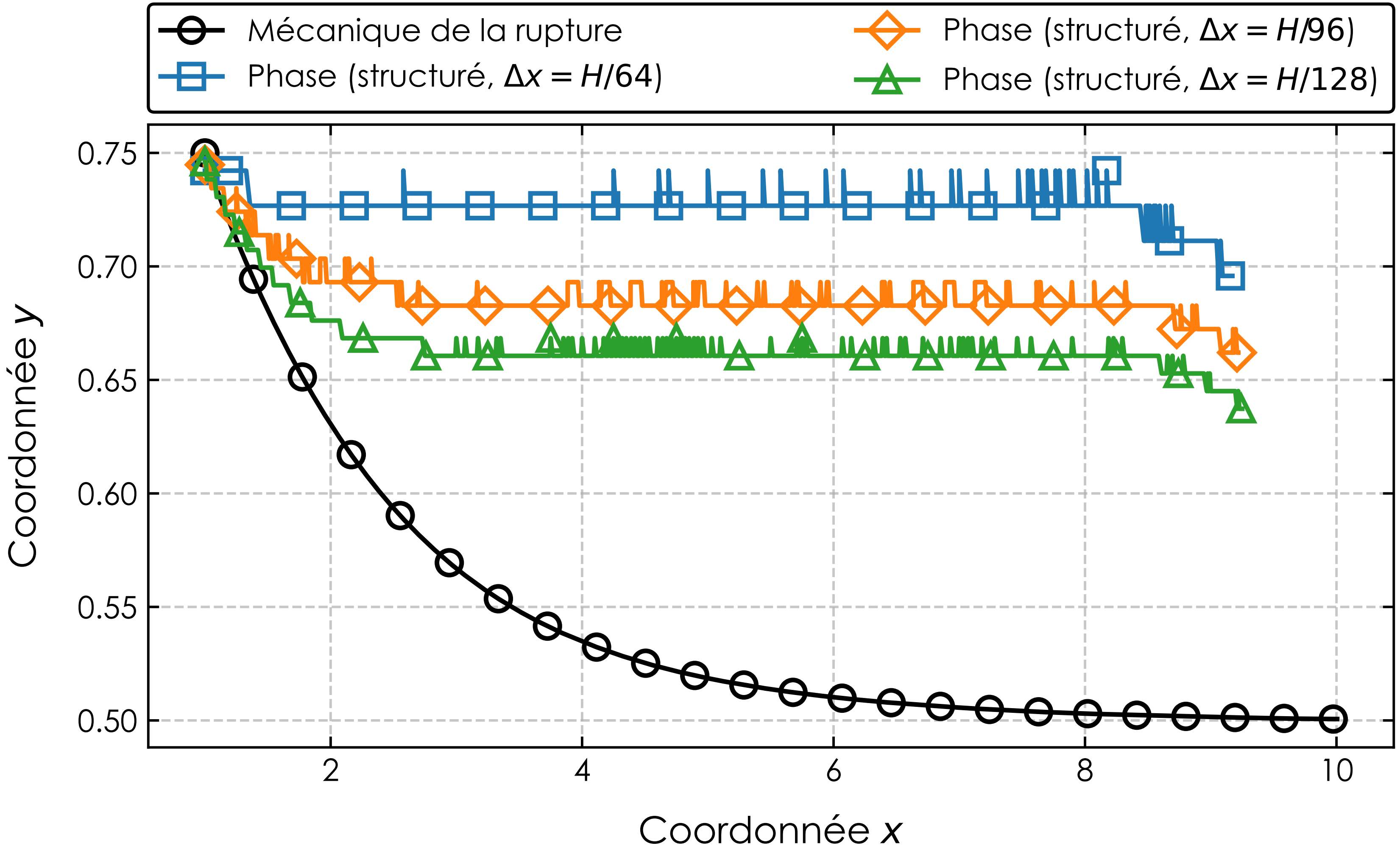


Maillage TRI non-structuré



Note: Par soucis de clarté, les maillages sont grossiers ($\Delta x = H/12$).

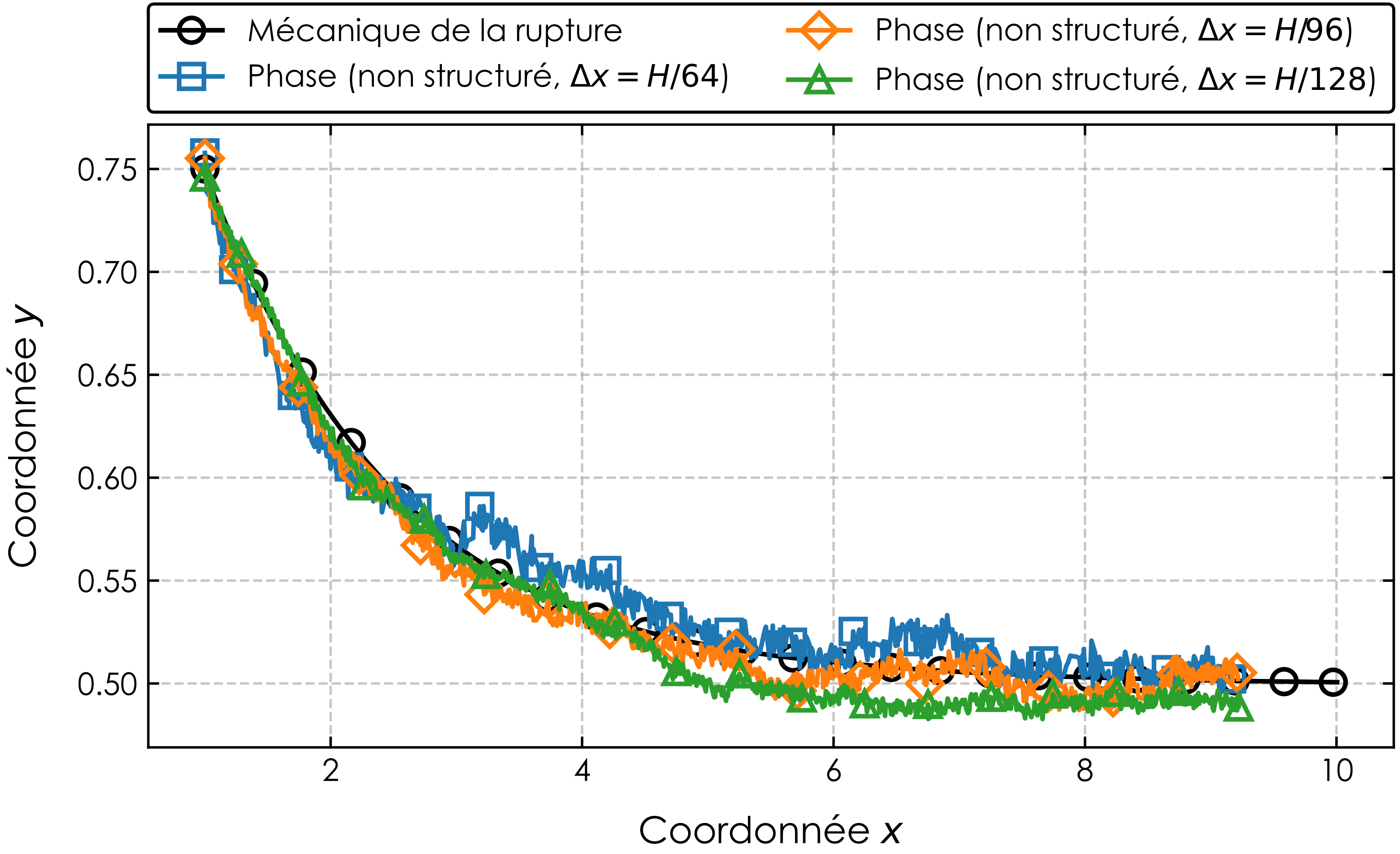
Résultats: Maillage structuré



Observation

Biais numérique important, même pour des maillages relativement fin ($\ell = \frac{\Delta x}{8}$).

Résultats: Maillage non-structuré



Observation

Biais numérique réduit, mais on observe un "bruit" qui décroît avec Δx.

Conclusion : Influence du maillage

Interprétation

- En pratique, chaque incrément de fissure est influencée par l'anisotropie locale induite par le maillage.
- L'ajout de désordre dans le maillage "homogénéise" cet effet.

Recommandation

Privilégié un maillage non structuré pour les simulations de propagation de fissures.
Sinon, essayer d'utiliser un maillage quasi-isotrope (Negri, 2003).

Pour aller plus loin

- Que se passe-t-il en différences finies ? Et en dynamique ?
  - Voir la présentation d'E. Zembra à 10:30. (Vous y étiez peut-être ! 😎)

Merci pour votre attention !

F. Loiseau, E. Zembra, H. Henry & V. Lazarus.

flavien.loiseau@ensta.fr

Presentation

Ce travail est financé par l'Agence de l'Innovation de Défense – AID – via le Centre Interdisciplinaire d'Etudes pour la Défense et la Sécurité – CIEDS – (projects 2022 - FracAddi).

Références

Bourdin, B., Francfort, G. A., & Marigo, J.-J. (2000). Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *48*(4), 797–826. https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00028-9

Braides, A. (1998). *Approximation of Free-Discontinuity Problems* (Vol. 1694). Springer. https://doi.org/10.1007/BFb0097344

Francfort, G. A., & Marigo, J.-J. (1998). Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *46*(8), 1319–1342. https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9

Giacomini, A. (2005). Ambrosio-Tortorelli approximation of quasi-static evolution of brittle fractures. *Calculus of Variations and Partial Differential Equations*, *22*(2), 129–172. https://doi.org/10.1007/s00526-004-0269-6

Loiseau, F., & Lazarus, V. (2025). How to introduce an initial crack in phase field simulations to accurately predict the linear elastic fracture propagation threshold? *Journal of Theoretical, Computational and Applied Mechanics*. https://doi.org/10.46298/jtcam.15198

Negri, M. (2003). A finite element approximation of the Griffith's model in fracture mechanics. *Numerische Mathematik*, *95*(4), 653–687. https://doi.org/10.1007/s00211-003-0456-y